الدرس 1-3

خصائص الأعداد

السابق:
- استخدمت ترتيب العمليات لتبسيط التعابير.

الحالي:
1. تمييز خاصيتي المساواة والمحايد.
2. تمييز خاصيتي التبديل والتجميع.

لماذا؟
- تعيش دنيا على مسافة 32 ميلاً من مركز التسوق. المسافة من منزلها إلى مركز التسوق هي المسافة نفسها من مركز التسوق إلى منزلها. هذا مثال على خاصية الانعكاس.

مفردات جديدة

التعابير المتكافئة (equivalent expressions)

المحايد الجمعي (additive identity)

المحايد الضربي (multiplicative identity)

المعكوس الضربي (multiplicative inverse)

المقلوب الضربي (reciprocal)

ممارسات رياضية

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 خاصيتا المساواة والمحايد

يُسمى التعبيران $8k + 4k$ و $12k$ **تعبيران متكافئان** لأنهما يمثلان القيمة نفسها. تسمح لك الخصائص الموجودة أدناه بكتابة تعبير مكافئ لتعبير معين.

مفهوم أساسي خصائص المساواة

الخاصية	الشرح	الرموز	أمثلة
خاصية الانعكاس	أي كمية تساوي نفسها.	بالنسبة لأي عدد a، $a = a$	$5 = 5$ $4 + 7 = 4 + 7$
خاصية التناظر	إذا كانت كمية تساوي كمية ثانية، فإن الكمية الثانية تساوي الأولى.	بالنسبة لأي عددين a وb، إذا كانت $a = b$، فإن $b = a$.	إذا كانت $8 = 2 + 6$، فإن $2 + 6 = 8$
خاصية التعدي	إذا كنت كمية تساوي كمية ثانية والكمية الثانية تساوي كمية ثالثة، فإن الكمية الأولى تساوي الكمية الثالثة.	بالنسبة لأية أعداد a وb وc، إذا كانت $a = b$ و$b = c$، فإن $a = c$.	إذا كانت $6 + 9 = 3 + 12$ و$15 = 3 + 12$، فإن $6 + 9 = 15$
خاصية الاستبدال	يمكن استبدال الكمية بما يعادلها في أي تعبير.	إذا كانت $a = b$، فعندئذ يمكن استبدال a بـ b في أي تعبير.	إذا كانت $n = 11$، فإن $4n = 4 \times 11$

مجموع أي عدد مع الصفر يساوي العدد. ولهذا يُسمى الصفر **المحايد الجمعي**.

مفهوم أساسي خصائص الجمع

الخاصية	الشرح	الرموز	أمثلة
المحايد الجمعي	لأي عدد a، مجموع a و0 هو a.	$a + 0 = 0 + a = a$	$2 + 0 = 2$ $0 + 2 = 2$
المعكوس الجمعي	العدد ومعكوسه يُعتبران معكوسين جمعيين لبعضهما.	$a + (-a) = 0$	$3 + 0(-3) =$ $0 - 4 = 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هناك أيضًا خصائص خاصة مرتبطة بالضرب. فكّر في المعادلات التالية.

$6 \times m = 0$

حل المعادلة هو 0. ناتج ضرب أي عدد في 0 يساوي 0. هذه هي **خاصية الصفر في الضرب**.

$4 \times n = 4$

حل المعادلة هو 1. حيث إن ناتج ضرب أي عدد في 1 يساوي العدد، فإن العدد 1 يسمى **المحايد الضربي**.

العددان اللذان ناتج ضربهما يساوي 1 يسميان **المقلوبات الضربية** أو **المعكوسات الضربية**.
الصفر ليس له مقلوب ضربي لأن أي عدد يضرب في 0 يكون الناتج 0.

مفهوم أساسي خصائص الضرب

الخاصية	الشرح	الرموز	أمثلة
المحايد الضربي	لأي عدد a، ناتج ضرب a في 1 هو a.	$a \times 1 = a$ $1 \times a = a$	$14 \times 1 = 14$ $1 \times 14 = 14$
خاصّيّة الصّفر في الضّرب	لأي عدد a، ناتج ضرب a في 0 هو 0.	$a \times 0 = 0$ $0 \times a = 0$	$9 \times 0 = 0$ $0 \times 9 = 0$
المعكوس الضربي	بالنسبة لكل عدد $\frac{a}{b}$، حيث $a, b \neq 0$، هناك عدد واحد بالضبط $\frac{b}{a}$ بحيث إن ناتج ضرب $\frac{a}{b}$ و$\frac{b}{a}$ هو 1	$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = 1$	$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$ $\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{20} = 1$

مثال 1 إيجاد القيمة باستخدام الخصائص

أوجد قيمة $7(4 - 3) - 1 + 5 \times \frac{1}{5}$ اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

$7(4 - 3) - 1 + 5 \times \frac{1}{5} = 7(1) - 1 + 5 \times \frac{1}{5}$ — الاستبدال: $4 - 3 = 1$

$= 7 - 1 + 5 \times \frac{1}{5}$ — المحايد الضربي: $7 \times 1 = 7$

$= 7 - 1 + 1$ — المعكوس الضربي: $5 \times \frac{1}{5} = 1$

$= 6 + 1$ — الاستبدال: $7 - 1 = 6$

$= 7$ — الاستبدال: $6 + 1 = 7$

نصيحة دراسية

الفرضيات أثناء إيجادك لقيمة التعبير، فأنت تقوم ببناء فرضية باستخدام فرضيات وتعريفات ونتائج محددة مسبقًا. خصائص الأعداد أسباب صالحة للخطوات في الفرضية.

تمرين موجه

اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

1A. $2 \times 3 + (4 \times 2 - 8)$

$= 2 \times 3 + (8 - 8)$ ؟

$= 2 \times 3 + (0)$ ؟

$= 6 + 0$ ؟

$= 6$ ؟

1B. $7 \times \frac{1}{7} + 6(15 \div 3 - 5)$

$= 7 \times \frac{1}{7} + 6(5 - 5)$ ؟

$= 7 \times \frac{1}{7} + 6(0)$ ؟

$= 1 + 6(0)$ ؟

$= 1 + 0$ ؟

$= 1$ ؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 استخدام خاصيتي التبديل والتجميع تسير ندى مسافة تجمعين سكنيين حتى منزل صديقتها حسناء. ثم تسيران مسافة تجمعين آخرين حتى المدرسة. في نهاية اليوم، تعود ندى وحسناء إلى منزل حسناء ثم تسير ندى إلى المنزل.

المسافة من المدرسة إلى منزل ندى	تساوي	المسافة من منزل ندى إلى المدرسة
$4 + 2$	$=$	$2 + 4$

هذا مثال على **خاصية التبديل** في الجمع.

مفهوم أساسي خاصية التبديل

الشرح الترتيب الذي تستخدمه في جمع الأعداد أو ضربها لا يغير مجموعها أو ناتج ضربها.

الرموز لأي عددين a و b $a + b = b + a$, $a \times b = b \times a$

أمثلة $4 + 8 = 8 + 4$ $7 \times 11 = 11 \times 7$

من الطرق السهلة لإيجاد مجموع الأعداد أو ناتج ضربها، تجميع الأعداد أو ربطها باستخدام **خاصية التجميع**.

مفهوم أساسي خاصية التجميع

الكلمات الطريقة التي تتبعها لتجميع ثلاثة أعداد أو أكثر عند الجمع أو الضرب لا تؤثر على مجموعها أو ناتج ضربها.

الرموز لأية أعداد a و b و c

$(a + b) + c = a + (b + c)$ و $a(bc) = (ab)c$

أمثلة $(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7)$ $(2 \times 6) \times 9 = 2 \times (6 \times 9)$

مثال 2 من الحياة اليومية تطبيق خصائص الأعداد

التخطيط لحفلة يضع كمال قائمة بالعناصر التي يحتاج إلى شرائها لحفلة وتكاليفها. أوجد التكلفة الإجمالية لهذه العناصر.

مرطبات		طعام		زينة		بالونات
20.50	+	23.25	+	14.00	+	6.75

$= 6.75 + 23.25 + 14.00 + 20.50$	التبديل (+)
$= (6.75 + 23.25) + (14.00 + 20.50)$	التجميع (+)
$= 30.00 + 34.50$	الاستبدال
$= 64.50$	الاستبدال

تبلغ التكلفة الإجمالية 64.50 AED.

تجهيزات الحفلة	
العنصر	التكلفة (AED)
بالونات	6.75
زينة	14.00
طعام	23.25
مرطبات	20.50

تمرين موجه

2. الأثاث يشتري رامي أثاثًا لأول شقة له. اشترى أريكة مقابل 300 AED ومصابيح مقابل 30.50 AED ومشاية مقابل 25.50 AED ومائدة مقابل 50 AED. أوجد التكلفة الإجمالية لهذه العناصر.

رابط من الحياة اليومية

قد يتكلف حفل التخرج حوالي 200 AED على حسب عدد المدعوين.

المصدر: Family Corner

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 استخدام خصائص الضرب

أوجد قيمة $5 \times 7 \times 4 \times 2$ باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

$5 \times 7 \times 4 \times 2 = 5 \times 2 \times 7 \times 4$ تبديل (×)

$= (5 \times 2) \times (7 \times 4)$ تجميع (×)

$= 10 \times 28$ استبدال

$= 280$ استبدال

تمرين موجه

أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

3A. $2.9 \times 4 \times 10$

3B. $\frac{5}{3} \times 25 \times 3 \times 2$

التحقق من فهمك

المثال 1 **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

1. $(1 \div 5)5 \times 14$

2. $6 + 4(19 - 15)$

3. $5(14 - 5) + 6(3 + 7)$

4. المعرفة المالية إسراء معها 9 أرباع و4 دايمات و7 نيكلات وبنسان ويمكن عرضهم بصيغة $(25)9 + (10)4 + (5)7 + 2$ أوجد قيمة التعبير لإيجاد مقدار المال الذي معها. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

المثالان 2-3 **أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

5. $23 + 42 + 37$

6. $2.75 + 3.5 + 4.25 + 1.5$

7. $3 \times 7 \times 10 \times 2$

8. $\frac{1}{4} \times 24 \times \frac{2}{3}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. عين اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

9. $3(22 - 3 \times 7)$

10. $7 + (9 - 3^2)$

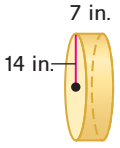
11. $\frac{3}{4}[4 \div (7 - 4)]$

12. $[3 \div (2 \times 1)]\frac{2}{3}$

13. $2(3 \times 2 - 5) + 3 \times \frac{1}{3}$

14. $6 \times \frac{1}{6} + 5(12 \div 4 - 3)$

مثال 2



15. علم الهندسة التعبير $2 \times \frac{22}{7} \times 14^2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 7$ يمثل المساحة السطحية التقريبية للأسطوانة على اليسار. أوجد قيمة هذا التعبير لإيجاد المساحة السطحية التقريبية. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

16. الاستنتاج المنطقي يصل مسافر إلى فندق يوم الجمعة ويغادر صباح يوم الثلاثاء التالي. استخدم الجدول للتوصل إلى التكلفة الإجمالية للغرفة مع الضريبة.

أسعار الفندق في اليوم		
اليوم	سعر الغرفة	ضريبة المبيعات
الاثنين – الجمعة	72 AED	5.40 AED
السبت – الأحد	63 AED	5.10 AED

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثالان 2-3 **أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

17. $25 + 14 + 15 + 36$

18. $11 + 7 + 5 + 13$

19. $3\frac{2}{3} + 4 + 5\frac{1}{3}$

20. $4\frac{4}{9} + 7\frac{2}{9}$

21. $4.3 + 2.4 + 3.6 + 9.7$

22. $3.25 + 2.2 + 5.4 + 10.75$

23. $12 \times 2 \times 6 \times 5$

24. $2 \times 8 \times 10 \times 2$

25. $0.2 \times 4.6 \times 5$

26. $3.5 \times 3 \times 6$

27. $1\frac{5}{6} \times 24 \times 3\frac{1}{11}$

28. $2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{8} \times 32$

29. **الغطس بجهاز تنفس** توضح اللافتة المعدات المستأجرة أو المبيعة في متجر للغطس بجهاز تنفس.

a. اكتب تعبيرين لتمثيل المبيعات الإجمالية الناتجة عن استئجار بذلتي غوص و3 خزانات هواء و2 من أعلام الغطس وبيع 5 كاميرات تعمل تحت الماء.

b. ما إجمالي المبيعات؟

30. **الكعك** خبز بهاء دزينتين من الكعك برقائق الشيكولاتة و3 دزينات من كعك السكر ودزينة من كعك الزبيب بالشوفان. فما إجمالي الكعك الذي خبزه؟

أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت a = −1 و b = 4 و c = 6

31. $4a + 9b - 2c$

32. $-10c + 3a + a$

33. $a - b + 5a - 2b$

34. $8a + 5b - 11a - 7b$

35. $3c^2 + 2c + 2c^2$

36. $3a - 4a^2 + 2a$

37. **كرة القدم الأمريكية** يقف فريق لكرة القدم الأمريكية عند خط 35 ياردة. لاعب خلف الوسط محاصر عند خط المواجهة. لم يحقق الفريق أي تقدم، ولذلك ما زالوا عند خط 35 ياردة. ما المحايد أو الخاصية التي يمثلها هذا الموقف؟ اشرح.

أوجد قيمة x. ثم اذكر اسم الخاصية المستخدمة.

38. $8 = 8 + x$

39. $3.2 + x = 3.2$

40. $10x = 10$

41. $\frac{1}{2} \times x = \frac{1}{2} \times 7$

42. $x + 0 = 5$

43. $1 \times x = 3$

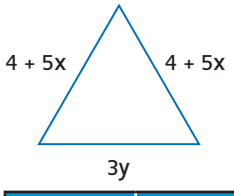
44. $5 \times \frac{1}{5} = x$

45. $2 + 8 = 8 + x$

46. $x + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4}$

47. $\frac{1}{3} \times x = 1$

48. **علم الهندسة** اكتب تعبيرًا يمثل محيط المثلث. ثم أوجد المحيط إذا كانت $x = 2$ و$y = 7$



49. **الرياضة** تبلغ تكلفة التذاكر لمباراة بيسبول 25 AED للتذكرة زائد 4.50 AED رسم تداول للتذكرة. إذا كان لدى شيماء قسيمة خصم بقيمة 10 AED وطلبت 4 تذاكر، فكم ستدفع؟

50. **الضبط** يوضح الجدول الأسعار المكتوبة على ملابس الأطفال.

سراويل قصيرة	قمصان	قمصان خفيفة
7.99 AED	8.99 AED	6.99 AED
5.99 AED	4.99 AED	2.99 AED

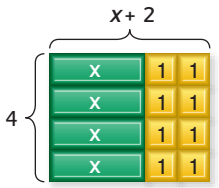
a. فسّر التعبير $5(8.99) + 2(2.99) + 7(5.99)$

b. اكتب ثلاثة تعابير مختلفة تمثل 8 سراويل قصيرة و8 قمصان خفيفة وأوجد قيمتها.

c. إذا اشتريت 8 سراويل قصيرة، فإنك تحصل على خصم بنسبة 15% أوجد أكبر وأصغر مبلغ من المال يمكنك إنفاقه على 16 قطعة في الخصم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

51. **علم الهندسة** يبلغ قياس ثماني الأضلاع العادي $(3x + 5)$ وحدات على كل ضلع. ما المحيط إذا كانت $x = 2$؟



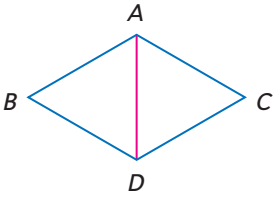
52. **التمثيلات المتعددة** يمكنك استخدام *القطع الجبرية* لتمثيل التعبيرات الجبرية والتعرف عليها. تبلغ مساحة القطعة المستطيلة x، مع الأبعاد 1 في x. تبلغ مساحة القطعة المربعة الصغيرة 1، مع الأبعاد 1 في 1.

a. التمثيل الواقعي اصنع مستطيلاً باستخدام القطع الجبرية لتمثيل التعبير $4(2 + x)$ كما هو موضح أعلاه. ما أبعاد هذا المستطيل؟ ما مساحته؟

b. التمثيل التحليلي ما مساحات المنطقة الخضراء والمنطقة الصفراء؟

c. التمثيل اللفظي أكمل هذه العبارة: $4(x + 2) =$ ؟ اكتب فرضية مقنعة لتبرير عبارتك.

53. **علم الهندسة البرهان** فرضية منطقية كل عبارة تقدمها أنت فيها مدعومة بعبارة مسلّم بأنها صحيحة. مقرر لدينا أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{BD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{AC}$. يريد أمجد أن يثبت أن $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ لعمل هذا، يجب أن يبين أن $\overline{AD} \cong \overline{AD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{DC}$، و$\overline{BD} \cong \overline{AC}$



a. انسخ الشكل واكتب $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{BD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

b. اشرح كيف يمكنه استخدام خاصيتي الانعكاس والانتقال لإثبات أن $\triangle ADB \cong \triangle ADC$

c. إذا كانت AC تبلغ x سنتيمترات، فاكتب معادلة تعبر عن محيط $ACDB$.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

54. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلتين توضحان خاصية الانتقال في المساواة.

برر استنتاجك.

55. **الفرضيات** اشرح السبب في أن 0 ليس له معكوس ضربي.

56. **الاستنتاج** مجموع أي عددين كليين عدد كلي دائمًا. لذلك يُقال إن مجموعة الأعداد الكلية { ... 0, 1, 2, 3, 4,} مغلقة تحت الجمع. هذا مثال على **خاصية الانغلاق**. اذكر ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت خاطئة، فبرر استنتاجك.

a. مجموعة الأعداد الكلية مغلقة تحت الطرح.

b. مجموعة الأعداد الكلية مغلقة تحت الضرب.

c. مجموعة الأعداد الكلية مغلقة تحت القسمة.

57. **مسألة تحفيزية** هل تسري خاصية التبديل على الطرح أحيانًا، أم دائمًا أم لا تسري أبدًا؟ اشرح استنتاجك.

58. **الاستنتاج** اشرح ما إذا كان العدد 1 يمكن أن يكون محايدًا جمعيًا. اذكر مثالاً لتبرير إجابتك.

59. **أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟** حدد المعادلة التي لا تنتمي إلى القيم الثلاث الأخرى. اشرح استنتاجك.

$x + 12 = 12 + x$	$7h = h \times 7$	$1 + a = a + 1$	$(2j)k = 2(jk)$

60. **الكتابة في الرياضيات** حدد ما إذا كانت خاصية التبديل تسري على القسمة. برر إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

61. سطح مركب على شكل مستطيل عرضه 12 قدمًا وطوله 15 قدمًا. ما مساحة ظهر المركب؟

A $3\ ft^2$
B $27\ ft^2$
C $108\ ft^2$
D $180\ ft^2$

62. علم الهندسة صندوق على شكل منشور مستطيل يبلغ حجمه 56 بوصة مربعة. إذا كان طول كل ضلع مضروبًا في 2، ماذا سيكون الحجم التقريبي للصندوق؟

F $112\ in^3$
G $224\ in^3$
H $336\ in^3$
J $448\ in^3$

63. $27 \div 3 + (12 - 4) =$

A $\frac{-11}{5}$
B $\frac{27}{11}$
C 17
D 25

64. إجابة شبكية تناولت السيدة ليلى كعكة نخالة و16 أونصة من عصير البرتقال و3 أونصات من بذور عباد الشمس وشريحتين من لحم الديك الرومي ونصف كوب من السبانخ. أوجد العدد الإجمالي لجرامات البروتين التي أكلتها.

المحتوى البروتيني	
الطعام	البروتين (g)
كعكة النخالة (1)	3
عصير البرتقال (8 oz)	2
بذور عباد الشمس (1 oz)	2
الديك الرومي (1 شريحة)	12
السبانخ (1 c)	5

مراجعة شاملة

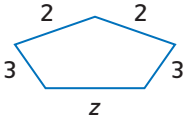
أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. (الدرس 2-1)

65. $3 \times 5 + 1 - 2$

66. $14 \div 2 \times 6 - 5^2$

67. $\frac{3 \times 9^2 - 3^2 \times 9}{3 \times 9}$

68. علم الهندسة اكتب تعبيرًا يمثل محيط الشكل. (الدرس 1-1)



أوجد محيط كل شكل ومساحته. (الدرسان 7-0 و8-0)

69. مستطيل طوله 5 أقدام وعرضه 8 أقدام

70. مربع طوله 4.5 بوصات

71. استبيان أجرى يوسف استبيانًا على أصدقائه ليكتشف نوع الموسيقى المفضلة لديهم. من بين 34 صديقًا تم استبيان آرائهم، قال 22 إنهم يحبون موسيقى الروك أكثر. ما النسبة المئوية لمن يفضلون موسيقى الروك أكثر؟ (الدرس 6-0)

اذكر المقلوب الضربي لكل عدد. (الدرس 5-0)

72. $\frac{6}{17}$

73. $\frac{2}{23}$

74. $3\frac{4}{5}$

مراجعة المهارات

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. اكتب في أبسط صورة.

75. $\frac{12}{15} \times \frac{3}{14}$

76. $\frac{5}{7} \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

77. $\frac{10}{11} \times \frac{21}{35}$

78. $\frac{63}{65} \times \frac{120}{126}$

79. $-\frac{4}{3} \times \left(-\frac{9}{2}\right)$

80. $\frac{1}{3} \times \frac{2}{15}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education